القطع المكافئ

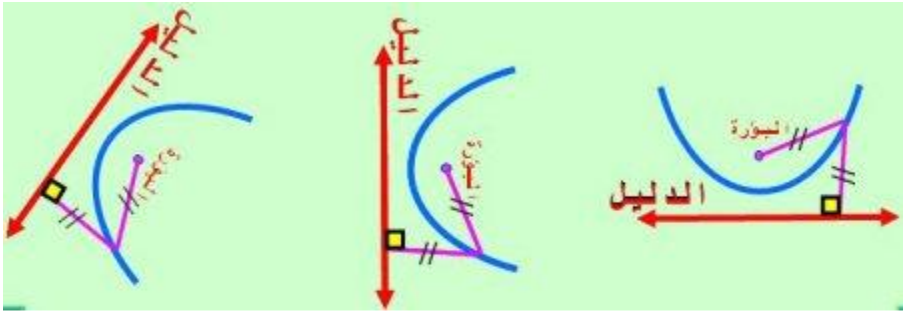
تعريف:- القطع المكافئ هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى الديكارتي بحيث يكون بعدها عن نقطة ثابتة (بؤرة القطع المكافئ) مساويا لبعدها عن مستقيم معلوم (دليل القطع المكافئ).

(تقع البؤرة والرأس على مستقيم يعامد الدليل يسمى محور التماثل) .

القطع المخروطي هو الشكل الهندسي الذي ترسمه نقطة تتحرك في المستوى بشرط أن تكون نسبة بُعْدِها عن نقطة ثابتة) البؤرة (إلى بُعْدِها عن مستقيم ثابت) الدليل (هي نسبة ثابتة (ف) أو (هـ) وتسمى بالإخلاف المركزي .

أو

القطع المخروطي هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بشرط أن تكون نسبة بُعْدِها عن نقطة ثابتة إلى بعدها عن مستقيم ثابت هي نسبة ثابتة.



ويتحدد نوع القطع كما يلي :

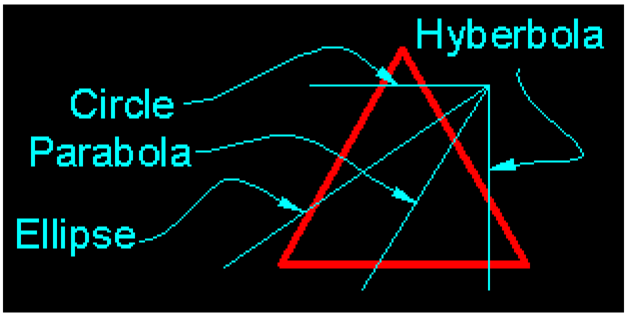
أولاً : إذا كان الاختلاف المركزي ف = 1 .... يكون القطع مكافئاً
تعني قطع مخروط بزاوية تكافىء زاوية ميل مولداته.

ثانياً : إذا كان الاختلاف المركزي ف .... 1 > يكون القطع ناقصاً.
)سمي ناقصا لأن نسبة الاختلاف المركزي تنقص عن 1 (

ثالثاً :إذا كان الاختلاف المركزي ف ....1 < يكون القطع زائداً...
)سمي زائدا لأن نسبة الاختلاف المركزي تزيدعن 1(

رابعاً :إذا كان الاختلاف المركزي ف = صفر يكون القطع دائرة...

وسميت القطوع المخروطية بهذا الاسم لأنها ناتجة من قطع المخروط الدائري القائم بمستوى.



تدريب تتحرك النقطة و (س ،ص) في المستوى الديكارتي حيث س = $\sqrt{2}$ جان ، ص = ١+ جتا٢ن. أوجد المعادلة الديكارتية (بدلالة س، ص فقط) للشكل الذي ترسمه النقطة في حركتها. ما اسم ذلك الشكل ؟

الحل :

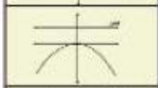
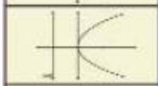
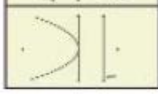
س^{٢} = ٢جا^{٢}ن

ص = ١ + ١ − ٢جا^{٢}ن

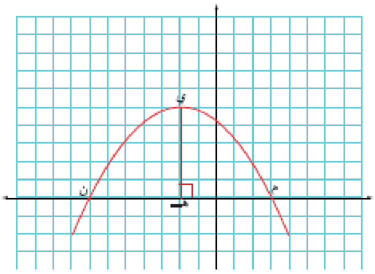
س^{٢} + ص = ٢ ⟸ س^{٢} = −(ص −٢)

الشكل الناتج هو قطع مكافئ رأسه (٢،٠) ومتناظر حول مستقيم يوازي محور الصادات وفتحته للأسفل.

الصورة القياسية لمعادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠)

الصورة القياسية لمعادلته	محور التماثل	فتحة القطع	بؤرته (ف)	معادلة دليله	شكل القطع
س^{٢} = ٤ م ص	المحور الصادي	إلى أعلى	(٠، م)	ص = − م	
س^{٢} = −٤ م ص	المحور الصادي	إلى أسفل	(٠، −م)	ص = م	
ص^{٢} = ٤ م س	المحور السيني	إلى اليمين	(م، ٠)	س = − م	
ص^{٢} = −٤ م س	المحور السيني	إلى اليسار	(−م، ٠)	س = م	

أوجد معادلة القطع المكافئ الممثل بالشكل المقابل إذا كان م ن = ٦ وحدات ، ي هـ = ٥ وحدات ، الإحداثي السيني للنقطة م يساوي ٢



الحل :

الرأس (−١ ، ٥) القطع متناظر حول مستقيم يوازي محور الصادرات والفتحة للأسفل.

المعادلة : (س + ١)^{٢} = −٤م (ص − ٥)

(٢ ، ٠) تحقق معادلة القطع ⟸ م = $\frac{٩}{٢٠}$

∴ المعادلة : (س + ١)^{٢} = −$\frac{٩}{٥}$ (ص − ٥) .

قطع مكافئ بؤرته (−٢، ٥) ودليله المستقيم ص = −١ .

أ) أوجد إحداثيات الرأس ومعادلة محور التناظر .

ب) إذا كانت س^{٢} = ٨ص معادلة قطع مكافئ فأوجد:

(١) رأس القطع (٢) بؤرته (٣) معادلة دليله .

الحل :

أ) الرأس (−٢ ، ٢)

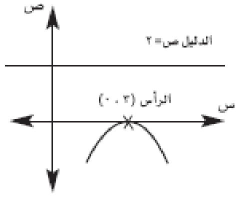
معادلة محور التناظر س = −٢

ب) (١) (٠ ، ٠)

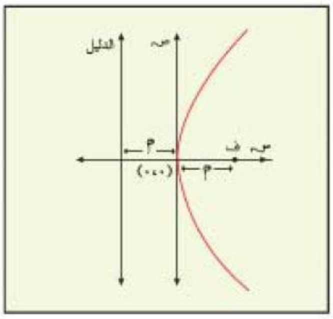
(٢) (٠ ، ٢)

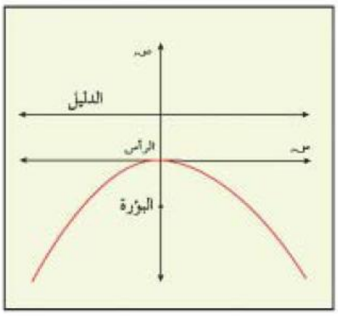
(٣) ص = −٢

تدريب أوجد إحداثيات بؤرة القطع المكافئ الممثل بالشكل المقابل .



أوجد معادلة القطع المكافئ، ومعادلة الدليل ومحور التناظر في كل من الشكلين التاليين :





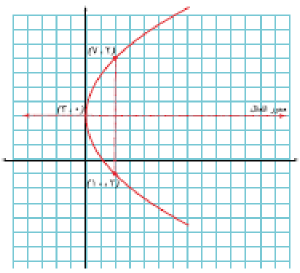
الحل

١) ص^{٢} = ٤ م س (الشكل الأيمن) .

٢) س^{٢} = −٤ م ص (الشكل الأيسر) .

أوجد معادلة القطع المكافئ إذا مس محور الصادات القطع المكافئ عند الرأس ومر منحنى القطع بالنقطتين (٢ ، −١) ، (٢، ٧) .

الحل :



الرأس = (٠ ، ٣)

محور التناظر يوازي محور السينات ، فتحة القطع لليمين معادلته :

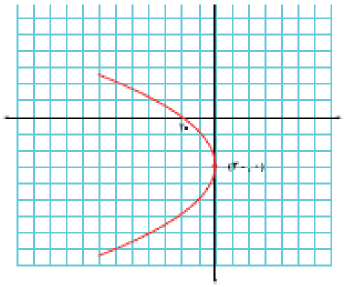
(ص − ٣)^{٢} = ٤ م (س − ٠)

نعوض عن إحدى النقطتين الواقعتين على القطع في معادلته لإيجاد م

م = ٢ ⟵ المعادلة : (ص − ٣)^{٢} = ٨س

١) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه النقطة (٢ ، ٠) وفتحته للأعلى ، أ = ٥

٢) أوجد معادلة القطع المكافئ الممثل في الشكل :



تدريب

أ) كيف يمكن أن تكتب المعادلة إذا كانت إحداثيات الرأس (د ، هـ) ؟

ب) أوجد معادلة صورة القطع المكافئ : ص^{٢} = ١٢س تحت تأثير انسحاب مقداره ٤ وحدات في الاتجاه الموجب لمحور السينات ، ٣ وحدات في الاتجاه السالب لمحور الصادات . ثم ارسم شكلا تخطيطيا للقطع وصورته موضحا الرأس والبؤرة والدليل لكلٍّ منهما .

الحل

أ) المعادلة : (ص − هـ)^{٢} = ٤أ(س − ى)

ب) بفرض أن (سَ ، صَ) تنتمي لصورة القطع .

∴ سَ = س + ٤ ، صَ = ص − ٣

∴ س = سَ − ٤ ، ص = صَ + ٣

وبالتعويض في معادلة القطع :

(صَ + ٣)^{٢} = ١٢(سَ − ٤) .

∴ معادلة صورة القطع :

(ص + ٣)^{٢} = ١٢ (س − ٤)

∵ ص^{٢} = ١٢س

∴ ١٢ = ٤أ ⟵ أ = ٣

∴ الرأس و(٠ ، ٠) ⟵ وَ(٤ ، −٣)

البؤرة ف(٣ ، ٠) ⟵ فَ(٧ ، −٣)

الدليل : س = −٣ ⟵ سَ = ١

محور التناظر : ص = ٠ ⟵ صَ = −٣

التدريب

إذا قطع منحنى القطع المكافئ الذي معادلته ص=م س^{٢} + ٥س المستقيم الذي معادلته ص−٣س−١ = ٠ عندما س=١ فأوجد بؤرة ذلك القطع .

الحل :

س=١ ⟵ ص=٤ (بالتعويض في معادلة المستقيم)

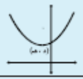
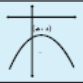
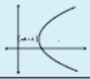
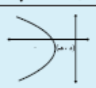
النقطة (٤،١) تحقق معادلة القطع ٤=م+٥ ، م = −١

المعادلة للقطع : ص= − س^{٢} + ٥س ، وبإكمال المربع

(س − $\frac{٥}{٢}$)^{٢} = − (ص − $\frac{٢٥}{٤}$)

الرأس ($\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{٢٥}{٤}$) ، البؤرة ($\frac{٥}{٢}$ ، ٦)

الصورة القياسية لمعادلة القطع المكافئ الذي رأسه (د ، هـ) ، أ>٠

الصورة القياسية لمعادلته	محور التماثل	فتحة القطع	بؤرته (ف)	معادلة دليله	شكل القطع
(س − د)^{٢} = ٤ أ (ص − هـ)	يوازي محور الصادات	إلى أعلى	(د ، هـ + أ)	ص = هـ − أ	
(س − د)^{٢} = −٤ أ (ص − هـ)	يوازي محور الصادات	إلى أسفل	(د ، هـ − أ)	ص = هـ + أ	
(ص − هـ)^{٢} = ٤ أ (س − د)	يوازي محور السينات	إلى اليمين	(د + أ ، هـ)	س = د − أ	
(ص − هـ)^{٢} = −٤ أ (س − د)	يوازي محور السينات	إلى اليسار	(د − أ ، هـ)	س = د + أ	

تدريب

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته ف(٠ ، −٣) ، ورأسه نقطة الأصل ، ودليله المستقيم ص = ٣ .

الحل :

∵ البؤرة (٠ ، −٣) والدليل المستقيم ص =٣

∴ أ= ٣

ومحور التناظر ينطبق على المحور الصادي والقطع فتحته للأسفل .

∴ معادلته هي : س^{٢} = −١٢ص.

تدريب

أوجد إحداثيات البؤرة للقطع المكافئ الذي معادلته : ص = ٤(س+١)^{٢} .

أ) ارسم شكلا تخطيطيا للقطع المكافئ وأوجد معادلته إذا كان : الرأس (٢ ، ١) ومحور تناظره يوازي محور الصادات ويمر منحناه بالنقطة (−١ ، ٥).

الحل

أ) القطع محور تناظره يوازي محور الصادات .

∴ معادلته : (س − د)^{٢} = ٤أ(ص − هـ)

النقطة (−١ ، ٥) تحقق معادلته (لماذا؟)

⟵ (−١ − ٢)^{٢} = ٤أ(٥ − ١)

∴ أ = $\frac{٩}{١٦}$

∴ معادلة القطع : (س−٢)^{٢} = $\frac{٩}{٤}$ (ص−١)

تدريب

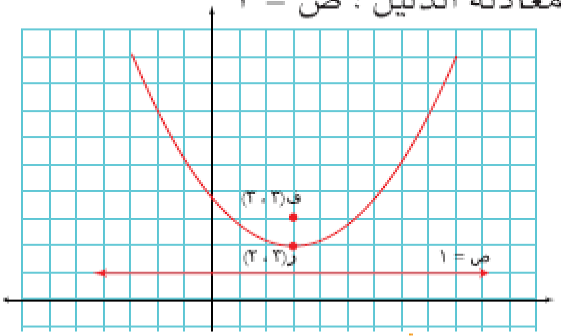
ب) أوجد الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل ومحور التناظر للقطع المكافئ

(س − ٣)^{٢} = ٤(ص − ٢). وارسم شكلا تخطيطيا له .

الحل ب) الرأس (2 , 3)

البؤرة : (٣ ، ٣)

معادلة الدليل : ص = ١



أوجد الرأس والبؤرة والدليل ومحور التناظر للقطع المكافئ

الذي معادلته: ص^{٢} − ٦ص + ٨س − ٧ = ٠ .

ثم ارسم منحناه.

∴المعادلة: (ص − ٣)^{٢} = −٨(س − ٢)

ر = (٢ ، ٣) ، أ = ٢ ، محور التناظر يوازي محور السينات .

ف = (٠ ، ٣) ، معادلة الدليل :

س = ٢ + أ ⟵ س = ٤

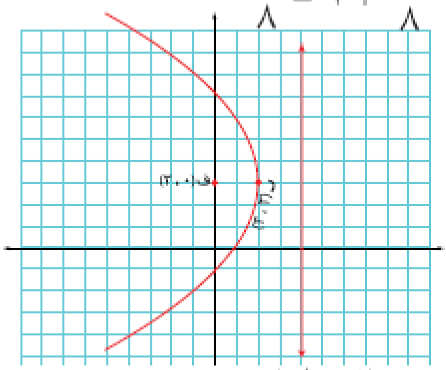
معادلة محور التناظر :

ص − ٣ = ٠ ⟵ ص = ٣

التقاطع مع السينات :

ص = ٠ ⟵ ٩ = −٨(س − ٢)

س = − $\frac{٩}{٨}$ + ٢ = $\frac{٧}{٨}$



التقاطع مع الصادات :

يوضع س = ٠ ⟵ (ص − ٣)^{٢} = ١٦

ص = ٣ ± ٤ ⟵ ص = −١ ، ص = ٧

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى قطع مكافئ ومحور السينات إذا كانت النقطة (١،٣) تمثل رأس القطع المكافئ ومعادلة الدليل : ص = ٢

الحل :

معادلة القطع المكافئ :

ص = − $\frac{١}{٤}$ (س^{٢} − ٦س + ٥)

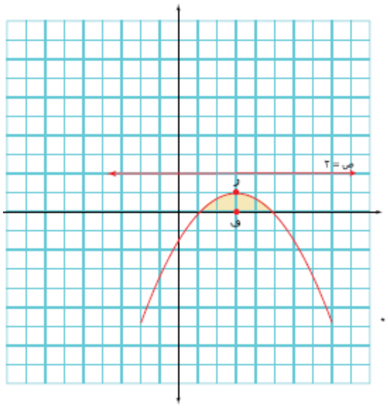
لإيجاد حدود التكامل يوضع ص = ٠

س^{٢} − ٦س + ٥ = ٠

س = ١ ، س = ٥

∴ م = $\int_{١}^{٥}$ − $\frac{١}{٤}$ (س^{٢} − ٦س + ٥) ءس .

∴ م = $\frac{٣٢}{١٢}$ وحدة مربعة



الصورة العامة لمعادلة القطع المكافئ

أولا: إذا كان محور التناظر يوازي محور السينات.

(ص − هـ)^{٢} = ٤أ (س − د) ⟸ ص^{٢} − ٢هـ ص + هـ^{٢} = ٤أ س − ٤أ د

⟸ ص^{٢} − ٢هـ ص − ٤أ س + هـ^{٢} + ٤أ د = ٠

وبمقارنة الحدود مع الصورة: ص^{٢} + ن ص + ي س + ك = ٠ نجد :

ن = −٢هـ ، ي = −٤أ ، ك = هـ^{٢} + ٤أ د .

ثانيا: إذا كان محور التناظر يوازي محور الصادات.

(س − ء)^{٢} = ٤أ (ص − هـ)

⟸ س^{٢} − ٢ءس + ء^{٢} = ٤أص − ٤أهـ

⟸ س^{٢} − ٢ءس + ء^{٢} − ٤أص + ٤أهـ = ٠.

بوضع ن = −٢ء ، ي = −٤أ ، ك = ٤أهـ + ء^{٢}

⟸ س^{٢} + ن س + ي ص + ك = ٠

ناقش معادلة القطع المكافئ :

ص = س^{٢} + ٤س

الحل :

ص = س^{٢} + ٤س (١)

ص + ٤ = س^{٢} + ٤س + ٤

∴ ص + ٤ = (س + ٢)^{٢} أو (س + ٢)^{٢} = ص + ٤ ⟵ (٢)

المعادلة (٢) في الصورة القياسية .

(س − ء)^{٢} = ٤أ (ص − هـ)

∴ ء = −٢ ، هـ = −٤

∴ رأس القطع هو (−٢ ، −٤).

٤أ = ١ ⟸ أ = $\frac{١}{٤}$

نتيجة

١) الصورة العامة لمعادلة القطع المكافئ الذي يكون محور تناظره يوازي محور السينات هي:

ص^{٢} + ن ص + ي س + ك = ٠

٢) الصورة العامة لمعادلة القطع المكافئ الذي يكون محور تناظره يوازي محور الصادات هي:

س^{٢} + ن س + ي ص + ك = ٠

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط (٣ ، ٠)،(− ٥ ، ٠)، (٠ ، − ٥)، ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليله.

الحل

المعادلة $\Leftarrow$ س^{٢} + ن س + ي ص + ك = ٠

∴ النقاط (٣ ، ٠)،(−٥ ، ٠)،(٠ ، −٥)

يحقق معادلة القطع المكافئ .

(٣، ٠) $\Leftarrow$ ٩ + ٣ن + ك = ٠ $\longleftarrow$ (١)

(−٥، ٠) $\Leftarrow$ ٢٥ −٥ن + ك = ٠ $\longleftarrow$ (٢)

(٠، −٥) $\Leftarrow$ −٥ي + ك = ٠ $\longleftarrow$ (٣)

بطرح (١) من (٢) ينتج .

$\boxed{\text{ن = ٢}}$

وبالتعويض في المعادلة (١) عن قيمة ن

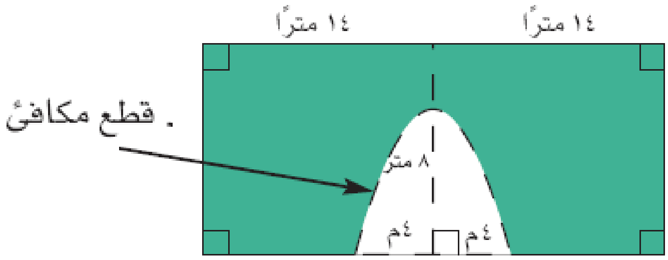
ينتج : $\boxed{\text{ك = −١٥}}$

وبالتعويض عن قيمة ك في (٣) ينتج :

$\boxed{\text{ي = −٣}}$

تدريب

الشكل التالي يمثل الواجهة الأمامية لبناية يراد طلاء المنطقة المظللة بدهان. إذا كانت تكلفة طلاء المتر المربع بـ ٤٠٠ بيسة . فاحسب تكاليف الطلاء .



معادلة القطع المكافئ : س^{٢} = −٤أ (ص − ٨)

(٤ ، ٠) $\Leftarrow$ ١٦ = ٣٢أ $\Leftarrow$ أ = $\frac{١}{٢}$

$\Leftarrow$ معادلة القطع المكافئ : س^{٢} = −٢(ص − ٨)

$\Leftarrow$ ص = − $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٨

تكاليف الطلاء

= ٢ ($\int_{٠}^{١٤}$ ١٢ ء س − $\int_{٠}^{٤}$ (− $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٨) ء س) × ٤٠٠ بيسة

حل تمارين ومسائل (١):

١)

أ) الرأس : (٤،٢) $\xLeftarrow[\text{القطع}]{\text{معادلة}}$ (س−٤)^{٢} = −٤أ(ص−٢)

(٠،٠) تحقق المعادلة $\Leftarrow$ ١٦ = ٨أ $\Leftarrow$ أ = ٢

معادلة القطع : (س − ٤)^{٢} = −٨(ص−٢)

∴البؤرة (٤ ، ٠) ، محور التناظر : س=٤ ،

الدليل : ص=٤ .

ب) الرأس (٠،٠) المعادلة ، ص^{٢} = −٤أس

(−٥،٤) تحقق المعادلة ١٦ = ٢٠أ $\Leftarrow$ أ = $\frac{٤}{٥}$

∴ المعادلة : ص^{٢} = $\frac{-١٦}{٥}$ س

(يترك الباقي للطالب).

٢)

أ) الرأس (٠،٠) ، الفتحة للأسفل ، أ = ٥

المعادلة :

س^{٢} = −٤أص $\Leftarrow$ س^{٢} = −٢٠ص

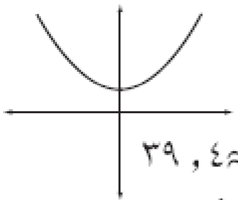
ب) القطع لليمين ، المعادلة:

(ص−٥)^{٢} = ٤أ (س + ٣)

(٥،٩) تحقق المعادلة $\Leftarrow$ ١٦ = ٣٢أ $\Leftarrow$ أ = $\frac{١}{٢}$

∴المعادلة هي: (ص−٥)^{٢} = ٢(س + ٣)

٣)



معادلته : س^{٢} = ٤أ(ص − ٤)

(٦٤،٣٠) تحقق المعادلة $\Leftarrow$ أ ≈ ٣٩,٤

المعادلة : س^{٢} = ١٥٧,٦ (ص − ٤)

٤)

∵ المعادلة: $٤\text{س}^{٢} + ٤٠\text{س} + ٣٢\text{ص} - ٢٨ = ٠$

بالقسمة على ٤ ، ثم إكمال مربع المقدار الذي يتضمن المتغير س ينتج:

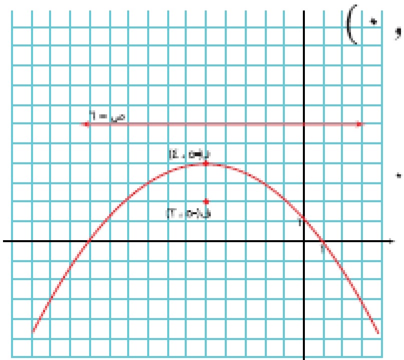
$(\text{س} + ٥)^{٢} = -٨(\text{ص} - ٤)$

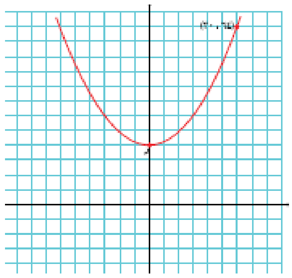
الرأس (−٥،٤)، أ=٢ ، محور التناظر يوازي محور الصادات الفتحة للأسفل ، البؤرة: (−٥، ٢) ، الدليل: ص=٦ التقاطع مع

السينات: $\text{س} = \frac{-١٠ \mp \sqrt{١٠٠ + ٢٨}}{٢} = -٥ \mp ٤\sqrt{٢}$

⇐ (−٧,١٠ ، ٧,٠)

التقاطع مع الصادات $\text{ص} = \frac{٧}{٨}$.





٥) الشكل الهندسي هو قطع مكافيء ، بؤرته (−٣ ، ٢) ودليله ص = −٤ ، الرأس: (−٣ ، −١) ، أ=٣

القطع للأعلى ومتناظر حول المستقيم س = −٣

معادلته: $(\text{س} + ٣)^{٢} = ١٢(\text{ص} + ١)$

تقاطع مع السينات: $\text{س} + ٣ = \mp\sqrt{١٢}$ ⇐ س ≈ −٦,٤ ، ٠,٤

تقاطع مع الصادات: ٩ = ١٢(ص + ١) ⇐ ص = −٠,٢٥

٦)

الفرع	الرأس	البؤرة	معادلة الدليل	معادلة محور التناظر
أ	(−٣،٠)	(−٢،٠)	س = −٤	ص = ٠
ب	(٢،٤)	(٢،٣,٧٥)	ص = ٤,٢٥	س = ٢
جـ	(٢،١،٥)	(٢ ، ٠)	س = ٣	ص = ٢

٧) الإحداثي الصادي للرأس = $\frac{٢ + (-٤)}{٢} = -١$

معادلته: $(\text{ص}+١)^{٢} = ٤\text{أ}(\text{س} - \text{و})$

(٥،٢) ⇐ ٩ = ٤أ(٥ − و) ---- (١)

(١١،٥) ⇐ ٣٦ = ٤أ(١١ − و) -- (٢)

بقسمة المعادلة ٢ على المعادلة ١ ينتج:

$\frac{٤}{١} = \frac{١١ - \text{و}}{٥ - \text{و}}$ ⇐ ١١ − و = ٢٠ − ٤و

⇐ ٣و = ٩ ⇐ و = ٣

بالتعويض في المعادلة ١:

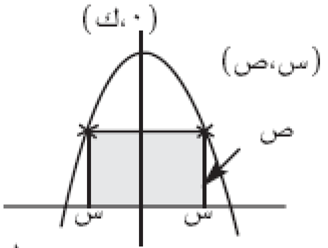
٩ = ٤أ × ٢ ⇐ $\text{أ} = \frac{٩}{٨}$

∴ المعادلة: $(\text{ص}+١)^{٢} = \frac{٩}{٢}(\text{س}-٣)$.

٨) معادلة القوس: $\text{س}^{٢} = ٤\text{أ}(\text{ص}-\text{ك})$

⇐ $\text{ص} = -\frac{\text{س}^{٢}}{٤\text{أ}} + \text{ك}$

نفرض أن بعد المستطيل المنطبق على محور السينات هو ٢س



فيكون البعد الآخر له: $\text{ص} = -\frac{١}{٤\text{أ}}\text{س}^{٢}+\text{ك}$

م = الطول × العرض

$\text{م}(\text{س}) = ٢\text{س}\left(-\frac{١}{٤\text{أ}}\text{س}^{٢}+\text{ك}\right)$

$\text{م}(\text{س}) = -\frac{١}{٢\text{أ}}\text{س}^{٣}+٢\text{ك}\,\text{س}$

$\text{م}'(\text{س}) = -\frac{٣}{٢\text{أ}}\text{س}^{٢}+٢\text{ك}$

$\text{م}'(\text{س}) = ٠ \Leftarrow \text{س}^{٢} = \frac{٢\text{ك}}{\frac{٣}{٢\text{أ}}} = \frac{٤\text{أ}\text{ك}}{٣}$

$\Leftarrow \text{ص} = -\frac{١}{٤\text{أ}} \times \frac{٤\text{أ}\text{ك}}{٣} + \text{ك} = \frac{٢}{٣}\text{ك}$

$\text{م}''(\text{س}) = -\frac{٣}{\text{أ}}\,\text{س}$

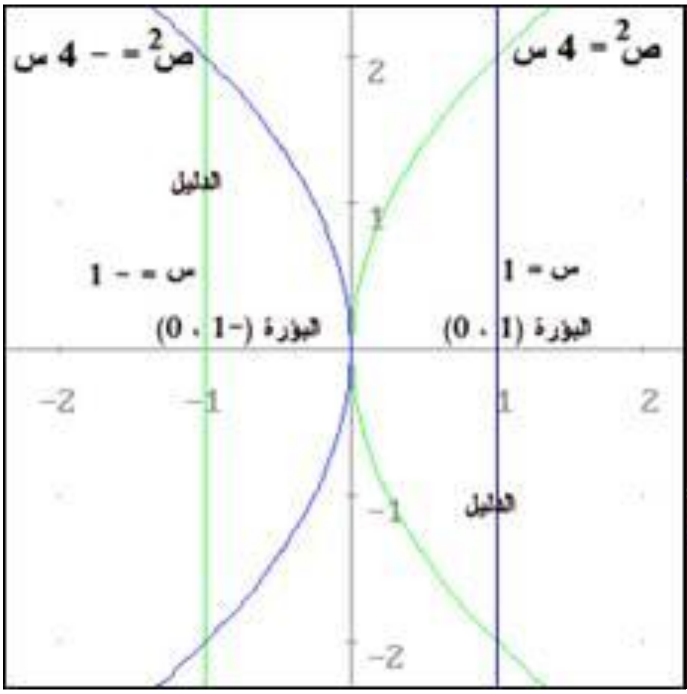
$\text{م}''\left(\sqrt{\frac{٤\text{أ}\text{ك}}{٣}}\right) = \frac{-٣}{\text{أ}} \times \sqrt{\frac{٤\text{أ}\text{ك}}{٣}} < \text{صفر}$

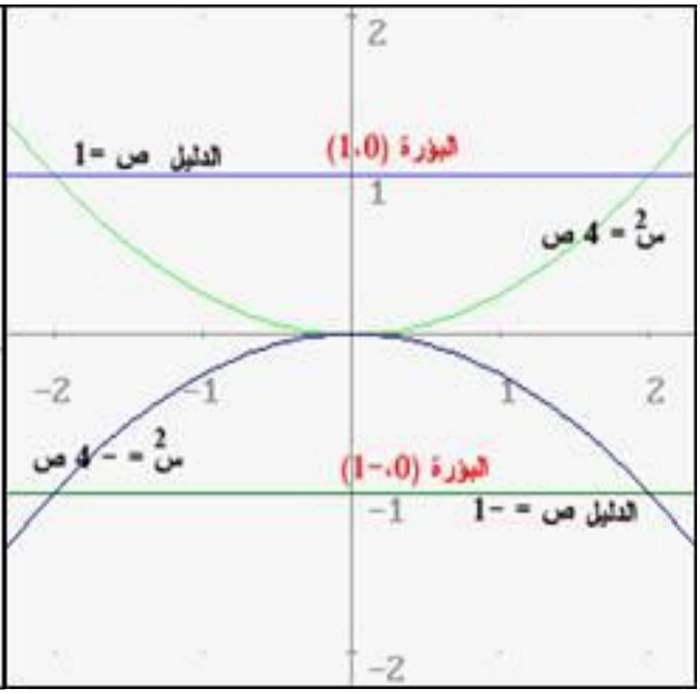
∴ م(س) أكبر ما يمكن عندما $\text{س} = \sqrt{\frac{٤\text{أ}\text{ك}}{٣}}$

∴ ارتفاع المستطيل = $\frac{٢}{٣}$ك وحدة طول

ملخص القطـع المكافـئ

هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن نقطة ثابتة في المستوى مساويا بعدها عن مستقيم ثابت في المستوى . وتعرف النقطة الثابتة بالبؤرة والمستقيم الثابت بالدليل ورأس القطع المكافئ أما أن يكون نقطة الأصل (0،0) أو أي نقطة في المستوى (د ، هـ) بنقل المحاور إليها والجدولين الآتيين ملخص عن القطع المكافئ في حالتي الرأس (0 ، 0) ، (د ، هـ)

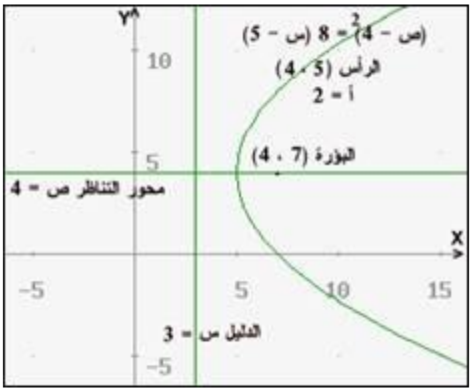


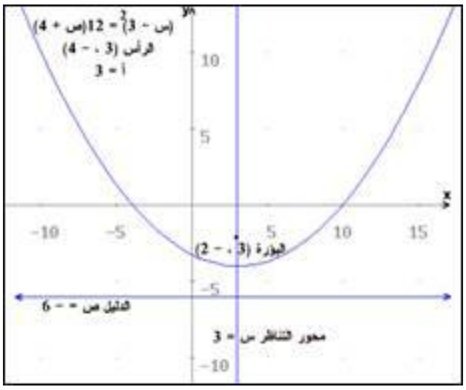


الرأس	(0 ، 0) نقطة الأصل	
المعادلة	$ص^2 = 4$ أ س	$س^2 = 4$ أ ص

أ	أ > 0	أ < 0	أ > 0	أ < 0
	اتجاه الفتحة لليمين	اتجاه الفتحة لليسار	اتجاه الفتحة لأعلى	اتجاه الفتحة لأسفل
البؤرة	(أ ، 0)	(− أ ، 0)	(0 ، أ)	(0 ، − أ)
الدليل	س = − أ	س = أ	ص = − أ	ص = أ
محور التناظر	محور السينات		محور الصادات	

الرأس	(د ، هـ) نقطة الأصل			
المعادلة	(ص – هـ)^2 = 4 أ (س – د)		(س – د)^2 = 4 أ (ص – هـ)	
أ	أ > 0	أ < 0	أ > 0	أ < 0
	اتجاه الفتحة لليمين	اتجاه الفتحة لليسار	اتجاه الفتحة لأعلى	اتجاه الفتحة لأسفل
البؤرة	(د + أ ، هـ)	(د – أ ، هـ)	(د ، هـ + أ)	(د ، هـ – أ)
الدليل	س = د – أ	س = د + أ	ص = هـ – أ	ص = هـ + أ
محور التناظر	ص = هـ		س = د	





بعد التقديم السابق يجب الاهتمام بالجدول مع أن الجدول الثاني ناتج من الجدول الأول بنقل للنقطة (د ، هـ) لرأس المنحنى فالعملية هي عملية جمع ، لاحظ البؤرة في الجدول الأول (0 ، أ) أضف (د ، هـ) تنتج البؤرة (د ، هـ + أ) المناظرة في الجدول الثاني وكذلك الدليل في الأول ص = أ وهو الإحداثي الصادي فأضف هـ ينتج ص = أ + هـ وقس على ذلك مع أن هذا ليس علماً بقدر ما هو تسهيلاً إجراء عمل ما ، ومعادلة الدرجة الثانية تؤول بإكمال المربع للصورة القياسية للقطع كما في الصورتين الآتيتين:

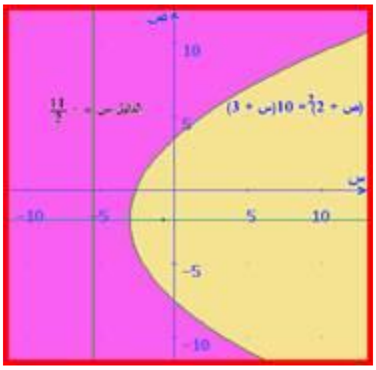
الصورة س^2 + ل س + ك ص + ى = 0 هي (س – د)^2 = 4 أ (ص – هـ) حيث ل = - 2 د ، ك = - 4 أ ، ى = د^2 + 4 أ هـ (1)

الصورة ص^2 + ل ص + ك ص + ى =0 هي (ص – هـ)^2 = 4 أ (س – د) حيث ل = - 2 هـ ، ك = - 4 أ ، ى = هـ^2 + 4 أ د (2)

إن معرفة د ، هـ ، أ يعني الحصول على كل ما يتعلق بالقطع المكافئ بما في ذلك الرسم

مثال المعادلة :

ص^2 + 4 ص = 10 س + 26 بفكرة إكمال المربع لـ ص^2 ، 4 ص
ص^2 + 4ص + 4 = 10 س + 26 + 4 إضافة 4 للطرفين
(ص + 2)^2 = 10(س +3) وهي معادلة قطع مكافئ
رأسه (- 3 ، - 2) ، أ = 2.5 > 0 فالفتحة جهة اليمين
والبؤرة(- 0.5 ، - 2)
معادلة محور تناظره ص = - 2
معادلة دليله س = - 5.5 (د – أ)



لاحظ المعادلة ص^2 + 4 ص – 10 س – 26 = 0
فمن (2) – 2 هـ = 4 فإن هـ = -2 ، 4 أ = 10 فإن أ = 2.5
، هـ2 + 4 أ د = - 26 فإن = = - 3 وعليه الرأس (- 3 ، - 2) ، ....

٩) ارتفاع أعلى نقطة في الجسر هو الإحداثي الصادي لرأس القطع :

$س^٢ - ٨س + ٨ص = ٠$

$\Longleftarrow$ $س^٢ - ٨س + ١٦ = -٨ص + ١٦$

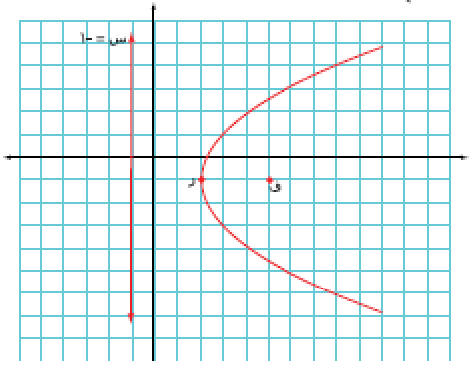
$(س - ٤)^٢ = -٨(ص - ٢)$ ،

الرأس (٤،٢)

∴ ارتفاع أعلى نقطة = ٢

طول القاعدة الأفقية = ٨

١٠)



١١) أ) الرأس = (−١ ، ٢)

ب) البؤرة = (−٢ ، ٢)

جـ) بعد البؤرة عن الدليل = ٢أ

= ٢ × ١ = ٢

١٢) الصورة العامة :

$ص^٢ + ن ص + ي س + ك = ٠$

النقاط : (٠،٠) ، (١،١) ، (٣،٢)

تحقق المعادلة

(٠،٠) ⟸ ك = ٠ ⟵ (١)

(١،١) ⟸ ن + ي = −١ ⟵ (٢)

(٣،٢) ⟸ ٢ن + ٣ي = ٤ ⟵ (٣)

بحل المعادلتين (٢) ، (٣) ينتج :

ن = ١ ، ي = −٢

∴ المعادلة هي : $ص^٢ + ص - ٢س = ٠$

مثال

$ص^2 + 4$ ص = 10 س + 26 بفكرة إكمال المربع لـ $ص^2$، 4 ص

$ص^2 + 4ص + 4 = 10$ س + 26 + 4 إضافة 4 للطرفين

$(ص + 2)^2 = 10(س + 3)$ وهي معادلة قطع مكافئ

رأسه (- 3 ، - 2) ، أ = 2.5 > 0 فالفتحة جهة اليمين

والبؤرة(- 0.5 ، - 2)

معادلة محور تناظره ص = - 2

معادلة دليله س = - 5.5 (د – أ)

لاحظ المعادلة $ص^2 + 4$ ص – 10 س – 26 = 0

فمن (2) – 2 هـ = 4 فإن هـ = -2 ، 4 أ = 10 فإن أ = 2.5

، هـ2 + 4 أ د = - 26 فإن د = = - 3 وعليه الرأس (- 3 ، - 2)

التوضيح بالرسم